IDROLOGIA.

Piogge: un modello di infiltrazione nel suolo compatibile con la legge di Horton

DAGLI STUDI SPERIMENTALI A UNA SOLUZIONE ANALITICA UTILIZZABILE SU FOGLIO ELETTRONICO

GLI AUTORI.

L'ingegnere **Giorgio Demontis**
è laureato in Idraulica
e svolge la libera professione presso
ESSEI Servizi srl, società di ingegneria.
telefono: 328.8967225
e-mail: giorgio@demontis.net

L'ingegnere **Andrea Marraccini**
è laureato in Idraulica
e svolge la libera professione.
telefono: 393.9953918
e-mail: andro.marr@hotmail.it

Premessa

Una volta che la precipitazione raggiunge il suolo tende ad infiltrarsi in esso. Conoscere come essa si infiltra è molto importante sia per quanto riguarda l'irrigazione sia per quanto riguarda la previsione del ruscellamento superficiale e delle sue conseguenze. Negli anni trenta, basandosi su studi sperimentali, Robert Elmer Horton, uno dei fondatori della moderna idrologia, determinò delle formule esponenziali che descrivevano l'andamento nel tempo dell'infiltrazione nel suolo. Le formule di Horton si sono mostrate valide per particolari piogge ed in generale non facilmente utilizzabili con le piogge reali, anche per la mancanza di un modello teorico di supporto che ne estendesse la validità al di fuori del campo sperimentato.

Nel 1974 S. W. Bauer[3] estese alle piogge intermittenti la formula di Horton [*A modified Horton equation during intermittent rainfall. Hydrological Sciences Bulletin 19 2–6 (1974), pp. 219–224*], schematizzando il fenomeno dell'infiltrazione come un serbatoio drenato ed assegnando un ruolo primario al contenuto di acqua del suolo. Il calcolo è alle differenze finite.

Nel 1995 Diskin e Nazimov[4, 5]proposero come modello di infiltrazione un serbatoio lineare con valvola di ingresso a retroazione [*Linear reservoir with feedback regulated inlet as a model for the infiltration process, Journal of Hydrology, volume 172, issues 1-4, November 1995, Pages 313-330*].

Le equazioni di ingresso ed uscita utilizzate nel modello da Diskin e Nazimov sono lineari rispetto ad S(t), contenuto del serbatoio e sono espresse da:

$$f(t) = Fo-(Fo-Fc)/Sm*S(t)$$

$$g(t) = Fc/Sm*S(t)$$

Il calcolo è basato sugli elementi finiti, con variabile principale S(t).

Il modello da noi proposto, detto **Doppia Valvola Lineare** o DVL, è completamente meccanico e non prevede elettronica per funzionare. La soluzione di calcolo è analitica e non alle differenze finite.

Lo schema di base fu concepito nel 1986 durante lo sviluppo di una tesi di laurea in idraulica. Come talvolta succede, la tesi non vide la luce ed il tutto rimase ibernato in un floppy-disc per molti anni. Nella seconda metà degli anni 2000, per caso, lo schema venne ripreso per essere utilizzato in altri campi, principalmente in biologia. Ora, come il *Voyager 6* nel film *Star Trek* del 1979, l'idea, dopo essere andata a spasso in altri universi, diventata robusta e matura torna alle origini.

Come interessante corollario, il modello proposto evidenzia che, in generale, un'equazione esponenziale con esponente negativo risulta generata dall'interazione elementare di due meccanismi lineari, sincroni e opposti.

Gli studi di R. E. Horton, 70 anni fa

Come accennato, oltre 70 anni fa un ingegnere, Robert Elmer Horton, studiando l'infiltrazione nel suolo della precipitazione [1, 2], scoprì la legge che determina la capacità di infiltrazione nel tempo (*infiltration capacity*):

$$f(t)= fl+(fo-fl)e^{-k\,t} \quad \text{(a)}$$

valida quando l'intensità di pioggia (mm/h) eccede sempre la capacità *f(t)* di infiltrazione del suolo.

R(t)	intensità di pioggia
f(t)	infiltrazione potenziale
q(t)	portata di infiltrazione nello strato superficiale del suolo
S(t)	umidità nello strato superficiale del suolo
Sm	massimo valore dell'umidità nel suolo
g(t)	portata della percolazione dallo strato superficiale del suolo
y(t)	intensità di pioggia netta

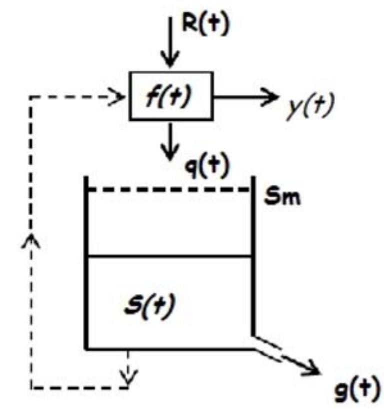


Illustrazione 1. Schema base del modello di Diskin e Nazimov: prevede una valvola di ingresso con retroazione (Feedback).

Integrando *f(t)*, Horton ottenne il volume infiltrato nel tempo,

$$F(T)=fl\ T+(fo-fl)/k\ (1-e^{-k\ T})\ \text{(b)}$$

grazie al quale è possibile computare per differenza la pioggia netta, quella che non si infiltra, componente di base dello scorrimento superficiale o ruscellamento; *fo* è l'infiltrazione massima, *fl* la minima, *k* la costante di decadimento.

Le equazioni sperimentali (a) e (b) non sono risultate facilmente usabili sia quando la pioggia è minore della capacità di infiltrazione *f(t)* in quanto non rientrante nel campo di validità della formula, sia quando il suolo è umido a causa di precipitazioni precedenti per via della difficoltà di trovare il punto iniziale. Per utilizzare le formule con le piogge reali, che variano in durata ed intensità, sono stati sviluppati diversi metodi basati sia sulle differenze finite che iterativi.

Descrizione del modello di base

Normalmente la pioggia, che dimensionalmente è una portata [metri cubi/ora], viene riferita ad una superficie unitaria ed espressa in mm/h. A causa di questo i volumi (come Cmax e Vinp) saranno espressi in [mm] invece che in [metri cubi], ed i flussi (come Pioggia, Famm, Qinp, Qout) in [mm/ora] invece che in [metri cubi/ora]. L'unità di tempo adoperata dovrà essere coerente con l'unità di tempo usata per i flussi.

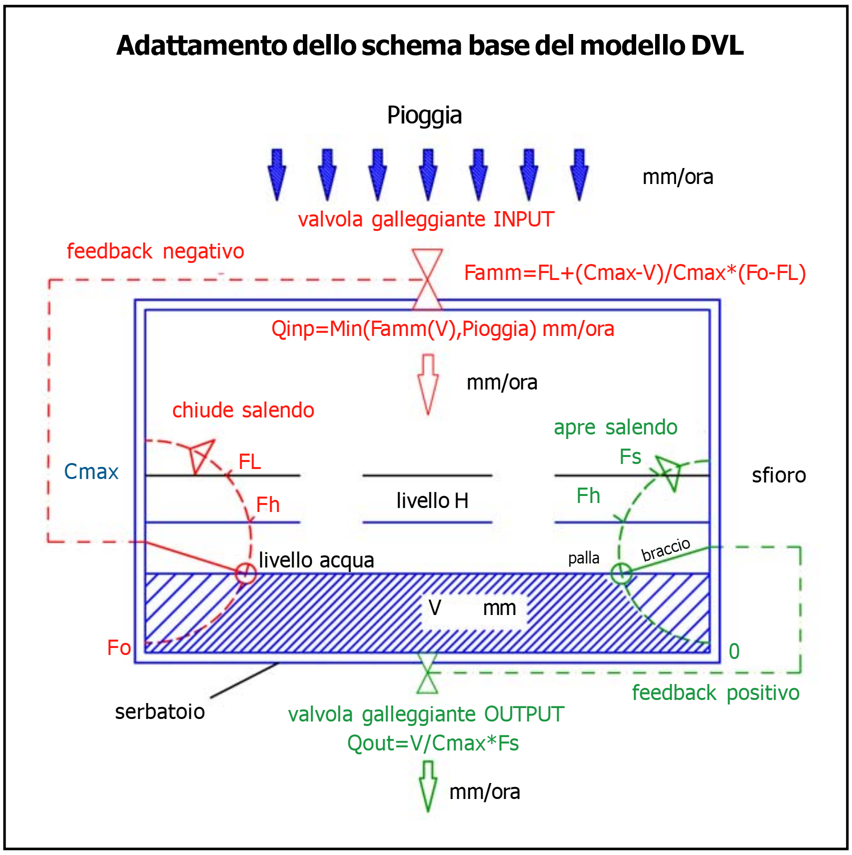


Figura 1. Schema base del modello: un serbatoio con accoppiate due valvole a galleggiante.

Il modello generale usato è denominato **DVL**, acronimo di **Doppia Valvola Lineare**[6]. Il modello, adattato al caso in esame, è descritto in *figura 1*: consiste in un serbatoio d'acqua di capacità finita Cmax (mm), accoppiato a due valvole a galleggiante, una d'ingresso ed una di uscita. Il volume V [mm] contenuto nel serbatoio è la memoria del sistema.

Le valvole, descritte in *figura 2*, hanno la caratteristica di portata F lineare rispetto al volume V immagazzinato nel serbatoio, o F/V= Costante. Nella valvola di ingresso si ha la portata massima (Fo) quando il serbatoio è vuoto (V=0) e la portata minima (FL) quando il serbatoio raggiunge Cmax. La retroazione (Feedback) è negativa. Fo ed FL sono in mm/ora.

La valvola di ingresso consente portate di afflusso al serbatoio minori od uguali a Famm (Input potenziale o capacità di infiltrazione in mm/h) espresse da:

$$Famm = FL + (Fo - FL)\ (Cmax - V)/Cmax$$

La valvola di uscita ha portata 0 quando il serbatoio è vuoto e portata massima (Fs) quando il serbatoio raggiunge la capacità Cmax. La retroazione è positiva. La valvola di uscita scarica la portata

$$Qout = V/Cmax \cdot Fs$$

in mm/ora.

Risultati del modello

L'analisi dei risultati del modello generale ha evidenziato (vedi *figura 2*) che sono individuabili due comportamenti di base del sistema DVL, a sinistra del punto H (G con Fs <FL) ed a destra del punto H (D con FL <Fs).

L'infiltrazione della precipitazione nel terreno rientra nel tipo di comportamento D: il modello utilizzato verrà riferito in seguito come DVL-D (vedi *figura 3*).

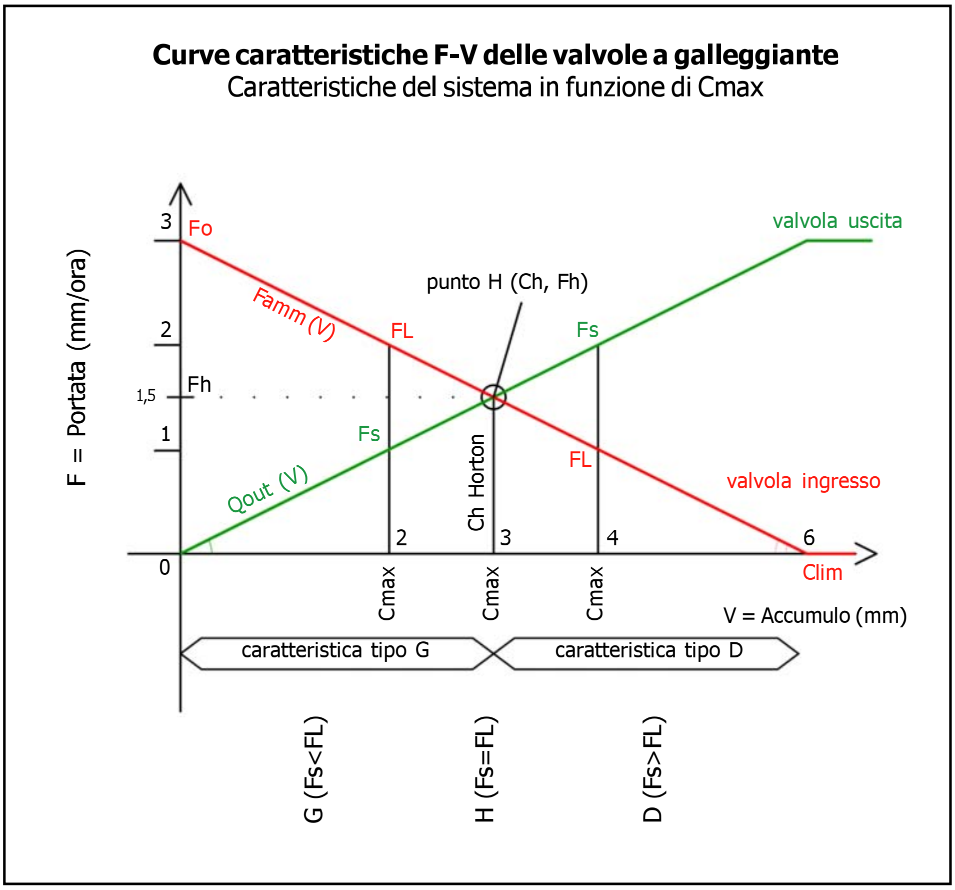


Figura 2. Curve caratteristiche Portata-Accumulo delle valvole a galleggiante lineari. In funzione della capacità massima del serbatoio Cmax si originano diversi comportamenti: G, H, D.

Comportamento del sistema DVL-D

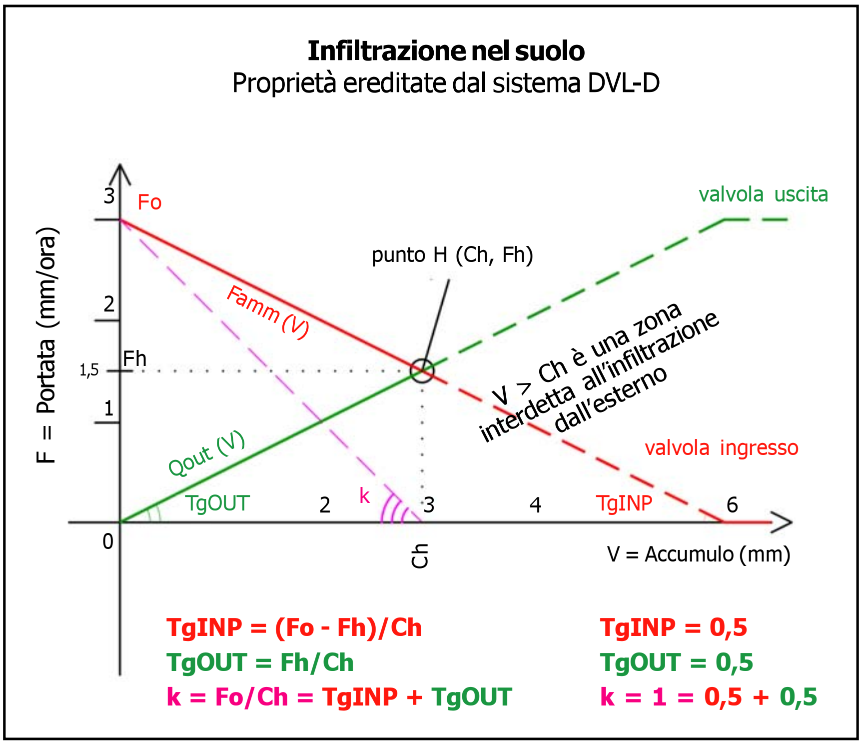
Nel tipo di comportamento D il sistema valvole serbatoio raggiunge sempre una configurazione di equilibrio, nel punto H, caratterizzato da FL(H)=Fs(H). Tale valore comune sarà riferito come Fh. Il contenuto d'acqua del serbatoio all'equilibrio risulta Vh. Nei sistemi DVL-D è stato dimostrato che il tutto si comporta come se il serbatoio avesse la capacità massima Ch.

I parametri del modello misurabili dall'esterno non sono quindi quelli massimi del sistema. Come evidenziato in *figura 1*, al livello H, in generale, non corrisponde la massima capacità Cmax del serbatoio. Il volume Vh, corrispondente al livello H, è il volume per cui si raggiunge l'equilibrio del flusso ingresso-uscita. Così pure il valore Fh non è il valore limite FL, Fs delle valvole di ingresso-uscita ma quello in cui si raggiunge l'equilibrio fra i flussi di ingresso ed uscita.

La variazione della capacità Cmax oltre il valore Ch non modifica la risposta del sistema alle sollecitazioni esterne: un serbatoio da 1000 mc si può comportare come un serbatoio da 1 mc. La sollecitazione esterna nel nostro caso è la precipitazione.

Il meccanismo decide il proprio comportamento nei confronti del mondo esterno in funzione del proprio stato interno, ovvero ragiona solo in termini di se stesso. Il contenuto V del serbatoio rappresenta il suo stato interno e dipende da tutte le vicende vissute in pre-

Figura 3. Caratteristiche Portata-Volume accumulato di un sistema serbatoio con due valvole a galleggiante lineari tipo D. Il valore Ch risulta il limite del volume accumulabile nel sistema per infiltrazione dal mondo esterno; k è la costante dell'equazione esponenziale.



cedenza, per cui rappresenta anche la memoria del sistema. In sostanza il sistema DVL-D può vedersi come una persona che risponda ad uno stimolo esterno in funzione del proprio stato d'animo, determinato dagli stimoli subiti precedentemente.

Il comportamento rispetto al mondo esterno risulta di tipo binario con una zona di transizione: accetta integralmente tutti gli ingressi con valore <=FL, filtra tutti gli ingressi con valore maggiore di FL riducendoli ad FL dopo un periodo transitorio. Ad un osservatore esterno la reazione del sistema ad alcuni stimoli, ancorché di valore uguale, per esempio 2 mm/h, non risulterebbe univoca ma dipendente dalla sequenza degli stimoli precedenti.

Equazioni del modello DVL-D

La precipitazione [mm/h] è assunta costante durante l'intervallo di tempo Tb=(T-to.) Tb è il tempo trascorso da to, dove to è il tempo iniziale di calcolo e T è il tempo finale di calcolo. La precipitazione costante nell'intervallo Tb sarà riferita come Pioggia, [mm/h]. La lunghezza dell'intervallo di tempo scelto è legata solo alla costanza dell'intensità della pioggia: può durare minuti come ore.

Il tipo di risposta alle vicende del mondo esterno del sistema valvole serbatoio DVL-D è binario, ovvero ha solo due stati A e B:

A) Input Saturo, quando la Pioggia [mm/h] è maggiore o uguale al valore della portata potenziale F_{AMM} che la valvola di input può far transitare. In questo caso nel serbatoio entra solo la portata F_{AMM} (<=Pioggia). La valvola di ingresso controlla la portata in ingresso. Questo tipo di Pioggia verrà riferita come Pioggia Hortoniana o HR ed è all'origine del ruscellamento: la portata non viene assorbita completamente ed una parte rimane sulla superficie esterna.

B) Input Non Saturo, quando la Pioggia [mm/h] è minore della portata potenziale F_{AMM} che la valvola può far transitare. In questo caso nel serbatoio entra la portata Pioggia (<F_{AMM}). La valvola d'ingresso non controlla la portata in ingresso. La pioggia che non è in grado di saturare la valvola di ingresso sarà riferita come Pioggia non Hortoniana o NHR e non origina ruscellamento: il suolo assorbe integralmente la portata disponibile, come un spugna.

La portata in ingresso che entra nel serbatoio, Q_{INP}, in mm/h, è quindi il minore dei valori fra Pioggia e F_{AMM}, per cui Q_{INP}=MIN (F_{AMM} , Pioggia).

Risolvendo l'equazione di continuità [Q_{INP}(V)-Q_{OUT}(V)] dt = dV determiniamo l'andamento temporale del volume immagazzinato V(t) e conseguentemente generiamo tutte le altre equazioni, come Q_{INP}(t), Q_{OUT}(t), V_{INP}(Tb). Q_{OUT}(t) è la portata in uscita dal serbatoio, V_{INP}(Tb) è il volume totale entrato nel serbatoio al tempo Tb, in mm.

Nell'intervallo di tempo Tb = (T-to), in cui la pioggia è costante, il sistema sarà soggetto alle seguenti equazioni, con Vo = Volume presente (mm) nel serbatoio di capacità Ch (mm) al tempo iniziale to:

A) Equazioni per Input Saturo o Pioggia Hortoniana o HR

$$\textbf{E.1a} \quad V(t)=[V_0-C_h]\cdot e^{\frac{-F_0}{C_h}\cdot t}+C_h$$

$$\textbf{E.1b} \quad \boldsymbol{Q_{INP}}(V(t))=\boldsymbol{F_{AMM}}(V(t))=F_0-\frac{(F_0-F_h)}{C_h}\cdot[(V_0-C_h)\cdot e^{\frac{-F_0}{C_h}\cdot t}+C_h]$$

$$\textbf{E.1c} \quad V_{INP}(T_b)=F_h\cdot T_b+\frac{(F_0-F_h)}{F_0}\cdot[(V_0-C_h)]\cdot[e^{\frac{-F_0}{C_h}\cdot T_b}-1]$$

$$\textbf{E.1d} \quad \boldsymbol{Qout}(t)=\frac{F_h}{C_h}\cdot[(V_0-C_h)\cdot e^{\frac{-F_0}{C_h}\cdot t}+C_h]$$

$$\textbf{E.1e}\quad Vout(T_b)=F_h\cdot T_b+F_h\cdot[\frac{(V_0-C_h)}{F_0}\cdot(1-\mathrm{e}^{\frac{-F_0}{C_h}\cdot T_b})]$$

B) Equazioni per Input Non Saturo o Pioggia Non Ortoniana o NHR

$$\textbf{E.2.a}\quad V(t)=[(V_0-\frac{Pioggia\cdot C_h}{F_h})\cdot\mathrm{e}^{(\frac{-F_h}{C_h}\cdot t)}+\frac{Pioggia\cdot C_h}{F_h}]$$

$$\textbf{E.2.b}\quad Q_{INP}(t)=Pioggia$$

$$\textbf{E.2.c}\quad V_{INP}(T_b)=Pioggia\cdot T_b$$

$$\textbf{E.2.d}\quad Qout(t)=\frac{F_h}{C_h}\cdot[(V_0-\frac{Pioggia\cdot C_h}{F_h})\cdot\mathrm{e}^{(\frac{-F_h}{C_h}\cdot t)}+\frac{Pioggia\cdot C_h}{F_h}]$$

$$\textbf{E.2.e}\quad Vout(T_b)=Pioggia\cdot T_b-[(V_0-\frac{Pioggia\cdot C_h}{F_h})\cdot(e^{(\frac{-F_h}{C_h}\cdot T_b)}-1]$$

Quando il valore della pioggia costante al tempo to è compreso fra Fo e Fh si verifica una intersezione con la curva della infiltrazione potenziale F_{AMM}. In questo caso (vedi *figura 5*) lo stato del sistema commuta da Input-non-saturato ad Input-saturato al tempo Tp. Il simbolo Tp è stato usato in quanto tale tempo corrisponde a quanto definito in letteratura come tempo di *ponding*.

Il tempo di commutazione Tp è espresso da:

$$\textbf{E.3}\quad T_p=\frac{-C_h}{F_h}\cdot\ln\frac{[F_0\cdot(1-\frac{Pioggia}{F_h})]}{[(F_0-F_h)/C_h\cdot(V_0-Pioggia\cdot C_h/F_h)]}$$

Tp non corrisponde a quanto trovato nel 1974 da Bauer la cui formula è:

Tp=1/k * 1n[(Fo-Fh)/(Pioggia-Fh)]

Le formule esposte sono state verificate mediante un programma con logica elementare, senza istruzioni condizionali di controllo del flusso, basato sulle differenze finite. Usando le tre equazioni E.1.c, E.2.c, E.3 è possibile risolvere completamente il volume infiltratosi nel serbatoio.

La meccanica del modello DVL-D consente di prevedere i seguenti comportamenti nei confronti del mondo esterno:

A) Di fronte ad una pioggia costante di intensità minore od uguale ad Fh (effetto spugna): l'ingresso non è controllato dalla valvola di input e la portata entra integralmente.

B) Di fronte ad una pioggia costante di intensità maggiore od uguale a Fo o F_{AMM} (transitorio): l'ingresso è completamente controllato dalla valvola di input, al termine del transitorio la portata ammessa nel sistema risulta pari ad Fh.

C) Di fronte ad una pioggia costante di intensità minore di F_{AMM} e maggiore di Fh (commutazione da spugna a transitorio): l'ingresso non è regolato fino al tempo Tp, con comportamento come in A), al raggiungimento del quale l'ingresso passa sotto il controllo della valvola di input, con comportamento come in B).

Discussione

Le formule (a) e (b) trovate da R. E. Horton corrispondono a quelle del caso A): E.1.a e E.1.b, input-saturo, con le seguenti condizioni al contorno: Vo=0, ovvero

Riferimenti bibliografici

1) Horton, R. E. (1933). *The role of infiltration in the hydrologic cycle*. Transactions, American Geophysical Union 14: 446–460.
2) Horton, R. E. (1935). *Surface Runoff Phenomena. Part 1. Analysis of the Hydrograph.* Horton Hydrologic Laboratory Publication 101. Edward Bros., Ann Arbor, Michigan.
3) S. W. Bauer (1974). *A modified Horton equation during intermittent rainfall.* Hydrol. Sci. Bull. 19 2–6 , pp. 219–224.
4) M. H. Diskin and N. Nazimov (November 1995). *Linear reservoir with feedback regulated inlet as a model for the infiltration process.* Journal of Hydrology, volume 172, issues 1-4, pages 313-330.
5) M. H. Diskin and N. Nazimov (April 1996). *Ponding time and infiltration capacity variation during steady rainfall.* Journal of Hydrology, volume 178, issues 1-4, pages 369-380.
6) Demontis G., Musinu M. C. ed altri. *Il modello DVL*, in corso di pubblicazione. ISBN 978-1-4092-0910-2
7) Demontis G., Marraccini A., Marraccini L., Demontis A. *Il modello DVL applicato all'infiltrazione del suolo*, in corso di pubblicazione.

serbatoio vuoto al tempo t=0, equivalente alla condizione di suolo secco.

Sostituendo in E.1.a e E.1.b Fo/Ch con k e imponendo Vo=0 e to=0 otteniamo:

$$Q_{INP}(t)=F_{AMM}(t)=Fh+(Fo-Fh)e^{-kT} \text{ e } V_{INP}(T)=Fh\ T+(Fo-Fh)/k\ (1-e^{-kT}).$$

Queste formule sono identiche alle formule (a) e (b): il suolo sotto una pioggia Hortoniana si comporta come un serbatoio accoppiato con due valvole lineari in ingresso uscita. Il valore dei coefficienti del modello sono gli stessi della legge di Horton. Il valore Fh corrisponde al valore fl di Horton, il valore Fo a fo, il valore Fo/Ch a k. Il valore k=Fo/Ch coincide con quanto affermato da Bauer.

Dall'analisi della *figura 3* si desume che k corrisponde alla somma dei coefficienti angolare delle rette caratteristiche delle valvole e si dimostra che il riempimento del serbatoio con due valvole lineari in caso di pioggia Hortoniana è equivalente a quello di un bicchiere di capacità Ch (serbatoio senza valvola di uscita) con la valvola di ingresso avente caratteristica F-V pari a k. I legami fra F, V, T rappresentati dalla F[V(T)] sono esposti in *figura 4*.

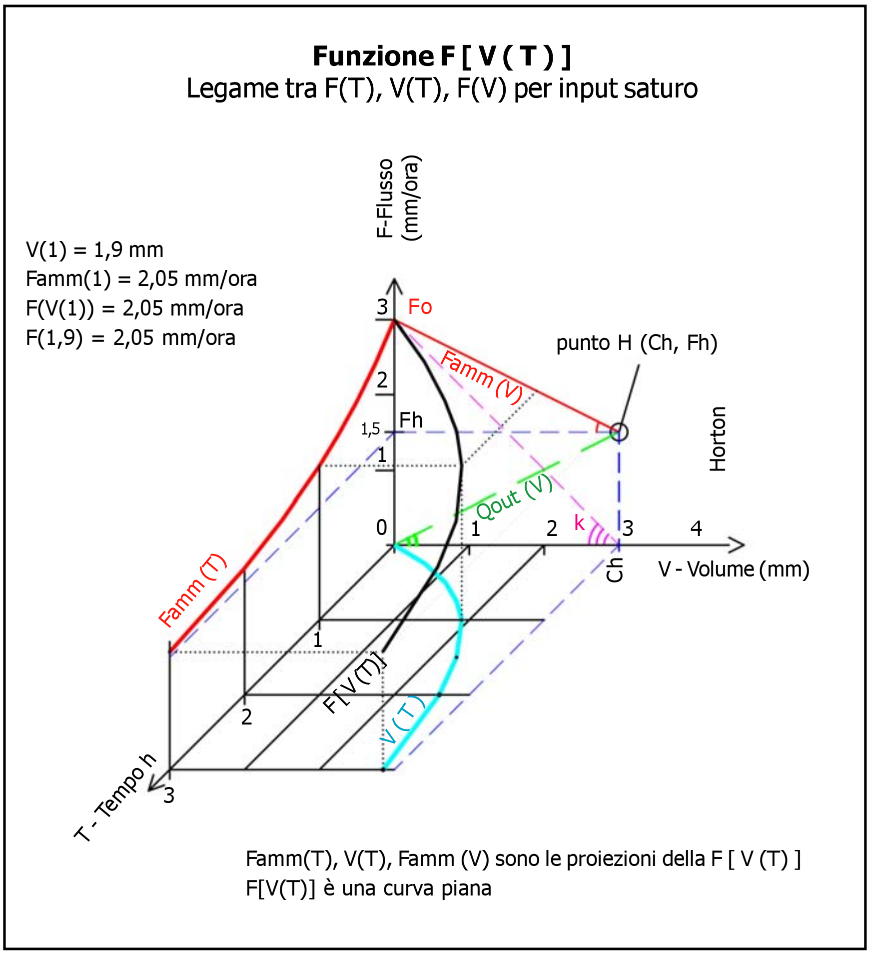


Figura 4. **Legami fra le componenti del sistema. Per definire il sistema occorre determinare Fh, Ch, Fo o Fh, k, Fo, da cui si ricavano tutte le altre grandezze del sistema. Le misurazioni sono effettuate dal mondo esterno, rilevando la portata infiltrata nel tempo in condizioni di input saturo.**

La curva F[V(T)] è nello spazio tridimensionale, tuttavia è contenuta nel piano Fo-H. Le sue proiezioni sui piani F-T, V-T originano le note curve in funzione del tempo.

Non sono state formulate ipotesi restrittive per cui possiamo estendere il modello alle piogge Non Hortoniane, governate dalle equazioni E2.b ed E2.c.

Si è visto che il valore calcolato del tempo di commutazione Tp può essere usato per ottenere una singola funzione di infiltrazione, tramite una semplice trasformazione.

Tsw o Tempo di Switch

Tp, tempo di ruscellamento o di ponding, è l'istante in cui avviene la commutazione del sistema da input non saturato ad input saturato. Tp verrà trasformato in Tsw o tempo di switch con queste regole, in accordo con la tavola 1:

a) Se Tp<=0 non vi sono intersezioni con tempo maggiore di 0 fra Pioggia ed Famm per cui Tsw=0. L'equazione E.1.b regna per tutto Tb (vedi *figura 5* – caso Pioggia 0 , Pioggia 1, Pioggia 2). Si ha ruscellamento superficiale.

b) Se Tp>0 vi sarà un intersezione tra Pioggia e Famm. Al tempo Tp si ha la presa di controllo del sistema da parte della valvola di ingresso e le portate in ingresso diventano regolate. La commutazione produce effetto se Tp è interno all'intervallo di tempo Tb in esame. Il tempo Tsw è quindi il minore fra Tp e Tb o Tsw=min(Tp,Tb). Se l'intersezione accade fra to e T allora l'equazione E.2.b regna fino a Tsw . Da Tsw fino a Tb regna l'equazione E.1.b (vedi *figura 5* – caso Pioggia 3). Altrimenti l'equazione E.2.b regna fino a Tb.

c) Se Pioggia(to) <= Fh non vi è intersezione tra Pioggia e Famm. In questo caso il logaritmo non è computabile. Tsw =Tb e l'equazione E.2.b regna fino a Tb (vedi *figura 5*, casi Pioggia 4 e Pioggia 5).

L'uso dei valori di Tsw in accordo con la tavola 1 consente di creare una formula unificata Vinp-HD per calcolare il volume infiltrato. Tsw è facilmente determinabile con la funzione base se() presente in un foglio elettronico.

Tavola 1 – Regola per il calcolo dei valori Tsw in funzione di Tp

Regole per Tsw	*Pioggia al tempo to (mm/h)*					
	Pioggia=0	*0< Pioggia <Fh*	*Pioggia=Fh*	*Fh< Pioggia <Famm(to)*	*Pioggia=Famm(to)*	*Pioggia >Famm(to)*
Numeratore del Logaritmo E.3	Positivo>1	Positivo	0	Negativo	Negativo	Negativo
Denominatore del Logaritmo E.3	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo
Logaritmo E.3	Non Calcolabile	Non Calcolabile	Non Calcolabile	Calcolabile <1	1	Positivo
Tp, Tempo ponding	Non Calcolabile	Non Calcolabile	Non Calcolabile	>0	0	Negativo
Output di Tp	Non Calcolabile	Non Calcolabile	Non Calcolabile	Tp	0	<0
Tsw	Tb	Tb	Tb	min(Tp,Tb)	0	0
Equazione Singola	**2c**	**2c**	**2c**	**2c o 2c+1c**	**1c**	**1c**
Equazione generale	**V_{inp}-HD**	**V_{inp}-HD**	**V_{inp}-HD**	**V_{inp}-HD**	**V_{inp}-HD**	**V_{inp}-HD**

La tavola 1 mostra i valori in uscita della equazione Tp e della funzione Tsw in funzione dei valori in input della pioggia. Numeratore e denominatore sono gli argomenti del logaritmo dell'equazione E.3.

$$\textbf{\textit{Equazione Generale}}\ V_{INP}-HD$$

$$V_{INP}(T_b)=Pioggia\cdot T_{SW}+F_h\cdot(T_b-T_{SW})+$$
$$+\frac{(F_0-F_H)}{F_0}\cdot\left[\left(V_0-\frac{Pioggia\cdot F_h}{C_h}\right)\cdot e^{\frac{-F_h}{C_h}\cdot T_{sw}}+\frac{Pioggia\cdot F_h}{C_h}-C_h\right]\cdot\left(e^{-k\cdot(T_b-T_{sw})}-1\right)$$

Nel caso Vo=0, per una pioggia Hortoniana, caratterizzata da Tsw=0 (Pioggia 0,1,2 di *figura 5*) l'equazione Vinp-HD si riduce alla nota formula di Horton:

$$\textbf{\textit{Equazione Generale}}\ V_{INP}-HD$$

$$Caso\ di\ Horton: V_0=0, T_{SW}=0$$
$$V_{INP}(T_b)=F_h\cdot T_b+\frac{(F_0-F_h)}{k}\cdot\left(1-e^{-k\cdot T_b}\right)$$

Nel caso Vo=0, per una pioggia Non Hortoniana, caratterizzata da Tsw=Tb (Pioggia 4,5 di *figura 5*) l'equazione Vinp-HD si riduce a:

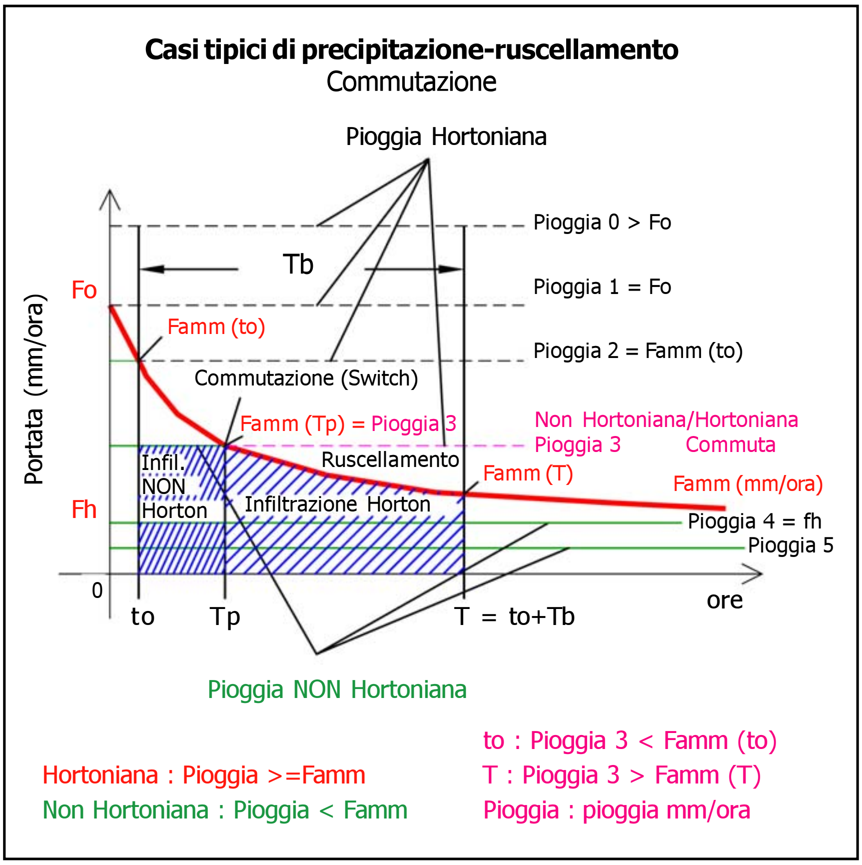
$$\textbf{\textit{Equazione Generale}}\ V_{INP}-HD$$

$$Caso\ NonHorton: V_0=0, T_{SW}=T_b$$
$$V_{INP}(T_b)=Pioggia\cdot T_b$$

Il modello dà significato fisico al valore k, costante di decadimento della legge di Horton: k è il rapporto fra Fo, valore dell'infiltrazione del suolo quando asciutto e Ch, capacità di equilibrio del serbatoio-suolo, in accordo con Bauer. k è la tangente della retta caratteristica congiungente Fo con Ch e rappresenta la caratteristica di una valvola lineare di ingresso al serbatoio risultante dalla somma delle caratteristiche delle valvole di ingresso ed uscita.

Tale sistema, valido per piogge Hortoniane, è descritto dalle medesime formule trovate precedentemente ponendo Fh=0, ovvero il sistema serbatoio+valvola_k ha la valvola di uscita chiusa: corrisponde al riempimento di una cassetta di cacciata del WC. In accordo con Bauer la portata di riempimento

Figura 5. Casi tipici di precipitazione con ruscellamento. La figura mostra la classificazione di sei piogge costanti (Pioggia 0-5) nell'intervallo di tempo Tb. Il focus è sul caso Pioggia 3, che rappresenta il caso di una pioggia mista ed il tempo di commutazione Tp.



della cassetta risulta $F_{WC}(t)=Fo\ e^{-kt}$, il volume accumulato $V_{wc}(t)= Fo/k\ (1-e^{-kt})$.

Nei periodi in cui non piove (Pioggia=0) il sistema è sempre governato dall'equazione E.2a

$$V(t)=V_0 \cdot e^{\frac{-F_h}{C_h} \cdot t}$$

dove Vo è il volume presente nel serbatoio al tempo to = 0.

Il volume contenuto nel serbatoio diminuisce gradualmente e, quando la pioggia riprende, il sistema riprende ad evolvere dal volume V contenuto nel serbatoio.

Conclusioni

Quanto esposto dimostra come sia possibile determinare l'infiltrazione del suolo mediante l'uso di una singola equazione. La forza del modello sta nell'usare una caratteristica di memoria, dove con memoria si intende la capacità di un sistema di reagire ad uno stimolo in funzione della sua storia. Ovviamente vi sono memorie più o meno sofisticate ed avere memoria non significa essere intelligenti. La caratteristica di memoria identificata nel sistema è il volume V contenuto nel sistema serbatoio-suolo e mette a fuoco il ruolo centrale del contenuto d'acqua nel suolo. In funzione del volume immagazzinato V, il sistema prende meccanicamente le sue decisioni, originando una risposta dipendente quindi dal suo unico ricordo...

Il modello proposto:

1) migliora la comprensione dell'infiltrazione e fornisce risultati in accordo con le osservazioni sperimentali rilevate da R. E. Horton nel caso di precipitazioni Hortoniane. Evidenzia che il volume massimo accumulato durante l'infiltrazione non è il massimo volume del sistema.

2) Utilizza gli stessi parametri della formula di Horton, Fo, Fh, k, disponibili in letteratura. Il volume di equilibrio è ricavato da Ch=Fo/k. Noto Ch, si ricavano immediatamente i restanti parametri caratteristici TgOut=Fh/Ch e TgInp= k-TgOut.

3) Definisce un metodo semplice di calcolo fondendo in una singola equazione la risposta alle piogge Hortoniane e non Hortoniane, utilizzabile in un foglio di calcolo tramite funzioni if() native del foglio, senza richiedere iterazioni o scrittura di codice.

4) Nei periodi senza precipitazione, il modello riduce il volume V contenuto nel sistema suolo-serbatoio in accordo con Bauer, Diskin e Nazimov. Le sue caratteristiche lo rendono utilizzabile per lavorare in tempo reale con i dati forniti dai pluviometri e per fornire previsioni in tempo reale della pioggia netta nel breve periodo. La *figura 6* dà un esempio del tipo di risposta fornito dal modello con una pioggia reale.

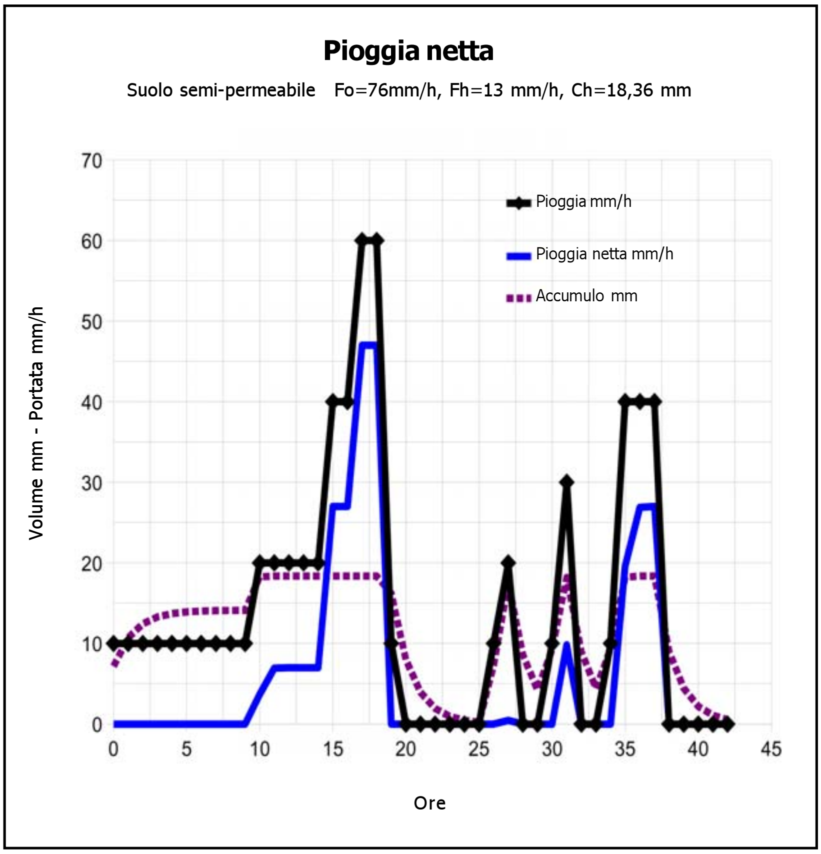


Figura 6. Risposta del modello con parametri reali ad una pioggia reale. La pioggia termina all'ora 18. All'ora 25 il serbatoio è vuoto. La risposta del modello a tre picchi di pioggia sequenziali è mostrata dall'ora 25 all'ora 42.

5) Il modello di mostra che un fenomeno naturale, descritto da un equazione esponenziale del tipo e^{-KT}, è generato dall'interazione di due semplici meccanismi con caratteristica lineare lavoranti in opposizione. Ognuno dei due meccanismi lineari può essere la somma risultante dalla sovrapposizione di diversi meccanismi lineari.

In un prossimo articolo saranno illustrate le novità introdotte dal modello nella determinazione dei parametri di infiltrazione di un suolo mediante l'uso dell'infiltrometro.

Giorgio Demontis
Andrea Marraccini